Τρενάκι Λούνα Παρκ

Η Άννα εργάζεται σε ένα λούνα παρκ και είναι υπεύθυνη για την κατασκευή της σιδηροδρομικής γραμμής για το νέο τρενάκι (roller coaster). Έχει ήδη σχεδιάσει n ειδικά τμήματα (special sections)(αριθμημένα από το 0 μέχρι το $n-1$), τα οποία επηρεάζουν την ταχύτητα του τρένου. Πρέπει να τα συνδυάσει όλα μαζί και να προτείνει την τελική διαδρομή του τρένου. Για τις ανάγκες του προβλήματος, μπορείτε να υποθέσετε ότι το μήκος του τρένου είναι μηδέν.

Για κάθε i μεταξύ του 0 και του $n-1$, συμπεριλαμβανομένων, το ειδικό τμήμα i της διαδρομής, έχει δύο ιδιότητες:

- όταν εισέρχεται στο ειδικό τμήμα, υπάρχει ένα όριο ταχύτητας: η ταχύτητα του τρένου **δεν πρέπει να υπερβαίνει** τα s_i km/h (χιλιόμετρα ανά ώρα),
- όταν εξέρχεται από το ειδικό τμήμα, η ταχύτητα του τρένου πρέπει να είναι **ακριβώς ίση** με t_i km/h, ανεξαρτήτως της ταχύτητας που είχε το τρένο όταν εισήλθε στο τμήμα αυτό.

Η τελική διαδρομή πρέπει να είναι μια ενιαία σιδηροδρομική γραμμή η οποία να περιλαμβάνει τα n ειδικά τμήματα σε κάποια σειρά. Κάθε ένα από τα n ειδικά τμήματα συμπεριλαμβάνεται μόνο μία φορά στην τελική διαδρομή. Επιπρόσθετα, μεταξύ δύο συνεχόμενων ειδικών τμημάτων (sections), πρέπει να υπάρχει ένα κανονικό τμήμα (tracks) με ράγες τρένου, το οποίο θα ενώνει τα δύο ειδικά τμήματα. Η Άννα πρέπει να διαλέξει τη σειρά των n ειδικών τμημάτων αλλά και να αποφασίσει για τα μήκη των κανονικών τμημάτων που θα ενώνουν τα ειδικά τμήματα. Το μήκος ενός κανονικού τμήματος (track) μετριέται σε μέτρα και είναι μη-αρνητικός ακέραιος αριθμός (πιθανόν και μηδέν).

Σε κάθε μέτρο ενός κανονικού τμήματος, μεταξύ δύο ειδικών τμημάτων, η ταχύτητα του τρένου ελαττώνεται κατά 1 km/h. Στην αρχή της διαδρομής, το τρένο εισέρχεται στο πρώτο ειδικό τμήμα, με αριθμό 0, με τη σειρά που τα έχει επιλέξει η Άννα, με ταχύτητα 1 km/h.

Η τελική διαδρομή πρέπει να ικανοποιεί τα εξής:

- το τρένο δεν πρέπει να παραβιάζει τα όρια ταχύτητας όταν εισέρχεται στα ειδικά τμήματα (sections),
- σε κάθε χρονική στιγμή, η ταχύτητα του τρένου θα είναι θετικός αριθμός.

Σε όλα τα υποπροβλήματα, εκτός από το υποπρόβλημα 3, να βρείτε το ελάχιστο δυνατό συνολικό μήκος των κανονικών τμημάτων που ενώνουν τα ειδικά τμήματα. Στο υποπρόβλημα 3, να βρείτε μόνο αν υπάρχει έγκυρη τελική διαδρομή, όπου κάθε κανονικό τμήμα έχει μήκος μηδέν.

Λεπτομέρειες Υλοποίησης

Να υλοποιήσετε την εξής συνάρτηση (method):

- `int64 plan_roller_coaster(int[] s, int[] t)`.
  - `s`: πίνακας μεγέθους n, μέγιστες ταχύτητες εισόδου.
  - `t`: πίνακας μεγέθους n, ταχύτητες εξόδου.
  - Η συνάρτηση πρέπει να επιστρέφει το ελάχιστο δυνατό συνολικό μήκος όλων των κανονικών τμημάτων, που ενώνουν τα ειδικά τμήματα (στο υποπρόβλημα 3 μπορείτε να τυπώσετε οποιοδήποτε θετικό ακέραιο αν η απάντηση δεν είναι μηδέν, δείτε λεπτομέρειες στο τμήμα των Υποπροβλημάτων).

Για τη γλώσσα προγραμματισμού C η επικεφαλίδα διαφέρει κάπως:

- `int64 plan_roller_coaster(int n, int[] s, int[] t)`
  - `n`: το πλήθος των στοιχείων των `s` και `t` (Για παράδειγμα, το πλήθος των ειδικών διαδρομών),
  - οι υπόλοιπες παράμετροι είναι ίδιες με πιο πάνω.

Παράδειγμα

`int64 plan_roller_coaster([1, 4, 5, 6], [7, 3, 8, 6])`

Σε αυτό το παράδειγμα, υπάρχουν τέσσερα ειδικά τμήματα (sections). Η βέλτιστη λύση είναι να τοποθετηθούν ως εξής: $0, 3, 1, 2$ και να ενωθούν με κανονικά τμήματα με μεγέθη: $1, 2, 0$. Το τρένο κάνει τη διαδρομή ως εξής:

- Αρχικά, η ταχύτητα του τρένου είναι 1 km/h.
- Το τρένο ξεκινά τη διαδρομή, εισέρχεται στο ειδικό τμήμα 0.
- Το τρένο εξέρχεται από το ειδικό τμήμα 0 με ταχύτητα 7 km/h.
- Ακολουθεί ένα κανονικό τμήμα μήκους 1 m. Όταν το τρένο φτάσει στο τέλος του αυτού του κανονικού τμήματος η ταχύτητά του θα είναι 6 km/h.
- Το τρένο εισέρχεται στο ειδικό τμήμα 3 με ταχύτητα 6 km/h και εξέρχεται από αυτό με την ίδια ταχύτητα.
- Αφού εξέλθει από το ειδικό τμήμα 3, το τρένο εισέρχεται σε κανονικό τμήμα μήκους 2m. Η ταχύτητά του ελαττώνεται σε 4 km/h.
- Το τρένο εισέρχεται στο ειδικό τμήμα 1 με ταχύτητα 4 km/h και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα 3 km/h.
- Αμέσως μετά το ειδικό τμήμα 1, το τρένο εισέρχεται στο ειδικό τμήμα 2.
- Το τρένο εξέρχεται από το ειδικό τμήμα 2. Η τελική ταχύτητα είναι 8 km/h.

Η συνάρτηση πρέπει να επιστρέψει το συνολικό μήκος των κανονικών τμημάτων που ενώνουν τα ειδικά τμήματα: $1+2+0 = 3$.

Υποπροβλήματα

Σε όλα τα υποπροβλήματα $1 \le s_i \le 10^9$ και $1 \le t_i \le 10^9$.

1. (11 βαθμοί): $2\le n\le 8$,
2. (23 βαθμοί): $2\le n\le 16$,
3. (30 βαθμοί): $2\le n\le 200\,000$. Σε αυτό το υποπρόβλημα το πρόγραμμά σας πρέπει μόνο να ελέγξει αν η απάντηση είναι μηδέν ή όχι. Σε περίπτωση που η απάντηση δεν είναι μηδέν, οποιοσδήποτε θετικός ακέραιος θα θεωρηθεί σωστός.

4. (36 βαθμοί): $2\le n\le 200\,000$.

Υπόδειγμα βαθμολογητή

Ο βαθμολογητής που σας δίνεται ως υπόδειγμα διαβάζει την είσοδό του με την εξής μορφή:

- γραμμή 1: ακέραιος αριθμός n.
- γραμμή 2 + i, για κάθε i μεταξύ 0 και $n-1$: ακέραιοι αριθμοί s_i και t_i.