Εξωγήινοι

Ο δορυφόρος μας έχει μόλις ανακαλύψει έναν εξωγήινο πολιτισμό σε έναν απομακρυσμένο πλανήτη. Έχουμε ήδη λάβει μια φωτογραφία χαμηλής ευκρίνειας μιας τετράγωνης περιοχής του πλανήτη. Η φωτογραφία δείχνει πολλά σημάδια ευφυούς ζωής. Οι ειδήμονες έχουν προσδιορίσει n σημεία ενδιαφέροντος στην φωτογραφία. Τα σημεία είναι αριθμημένα από 0 έως $n-1$.Θέλουμε τώρα να πάρουμε φωτογραφίες υψηλής ευκρίνειας που να περιέχουν όλα αυτά τα n σημεία.

Εσωτερικά, ο δορυφόρος έχει διαχωρίσει την περιοχή της φωτογραφίας χαμηλής ευκρινειας σε ένα m επί m πλέγμα τετραγωνικών κελιών μεγέθους ένα. Τόσο οι γραμμές όσο και οι στήλες του πλέγματος αριθμούνται διαδοχικά από 0 μέχρι $m-1$ (από πάνω και αριστερά, αντίστοιχα). Χρησιμοποιούμε το (s,t) για να δηλώσουμε το κελί στη γραμμή s και την στήλη t. Το σημείο με αριθμό i βρίσκεται στο κελί (r_i, c_i). Κάθε κελί μπορεί να περιέχει ένα αυθαίρετο πλήθος από τέτοια σημεία.

Ο δορυφόρος μας βρίσκεται σε μια σταθερή τροχιά που περνάει ευθέως πάνω από την *κύρια* διαγώνιο του πλέγματος. Η κύρια διαγώνιος είναι το τμήμα γραμμής που συνδέει την άνω αριστερή με την κάτω δεξιά γωνία του πλέγματος. Ο δορυφόρος μπορεί να τραβήξει μια υψηλής ευκρίνειας φωτογραφία οποιασδήποτε περιοχής που ικανοποιεί τους παρακάτω περιορισμούς:

- το σχήμα της περιοχής είναι ένα τετράγωνο,
- δύο αντίθετες γωνίες του τετραγώνου βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο του πλέγματος,
- κάθε κελί του πλέγματος βρίσκεται είτε πλήρως εντός ή πλήρως εκτός της περιοχής που φωτογραφίζεται.

Ο δορυφόρος μπορεί να τραβήξει το πολύ k φωτογραφίες υψηλής ευκρίνειας.

Μόλις ο δορυφόρος ολοκληρώσει τη φωτογράφηση, θα μεταδώσει στη βάση μας την φωτογραφία υψηλής ευκρίνειας κάθε κελιού που έχει φωτογραφηθεί (ανεξάρτητα από το αν αυτό το κελί περιέχει κάποια σημεία ενδιαφέροντος). Τα δεδομένα από κάθε κελί που φωτογραφίζεται μεταδίδονται μόνο *μια φορά*, ακόμη και αν έχει φωτογραφηθεί πολλέ φορές.

Επομένως, έχουμε να επιλέξουμε το πολύ k τετράγωνες περιοχές που θα φωτογραφηθούν εξασφαλίζοντας ότι:

- κάθε κελί που περιέχει το πολύ ένα σημείο ενδιαφέροντος φωτογραφίζεται τουλάχιστον μια φορά, και
- ελαχιστοποιείται το πλήθος των κελιών που φωτογραφίζονται τουλάχιστον μια φορά.

Το πρόβλημά σας είναι να βρείτε τον ελάχιστο πιθανό αριθμό φωτογραφημένων κελιών.

Λεπτομέρειες υλοποίησης

Θα πρέπει να υλοποιήσετε την παρακάτω συνάρτηση (μέθοδο):

- `int64 take_photos(int n, int m, int k, int[] r, int[] c)`
  - `n`: το πλήθος των σημείων ενδιαφέροντος,
  - `m`: το πλήθος των γραμμών (καθώς και των στηλών) του πλέγματος,
  - `k`: το μέγιστο πλήθος φωτογραφιών που μπορεί να τραβήξει ο δορυφόρος,
  - `r` και `c`: δύο πίνακες (arrays) μεγέθους n που παριστάνουν τις συντεταγμένες των κελιών του πλέγματος που περιέχουν σημεία ενδιαφέροντος. Για $0 \leq i \leq \texttt{n} - 1$, το i-στο σημείο ενδιαφέροντος βρίσκεται στο κελί (`r[i]`, `c[i]`),
  - η συνάρτηση θα πρέπει να επιστρέφει το ελάχιστο δυνατό συνολικό πλήθος κελιών τα οποία φωτογραφίζονται τουλάχιστον μια φορά (δοθέντος ότι η φωτογραφία πρέπει να καλυψει όλα τα σημεία ενδιαφέροντος).

Για λεπτομέρειες υλοποίησης στη γλώσσα προγραμματισμού σας χρησιμοποιήστε τα δοθέντα πρότυπα αρχείων.

Παραδείγματα

Παράδειγμα 1

```
take_photos(5, 7, 2, [0, 4, 4, 4, 4], [3, 4, 6, 5, 6])
```

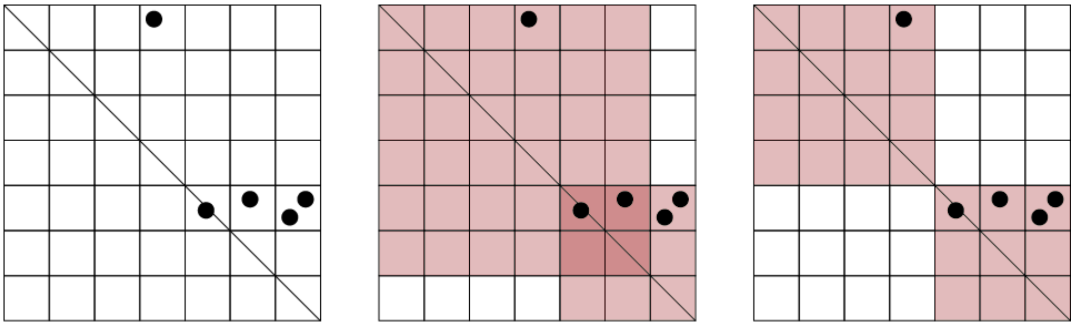
Στο παράδειγμα αυτό έχουμε ένα 7×7 πλέγμα με 5 σημεία ενδιαφέροντος. Τα σημεία ενδιαφέροντος βρίσκονται σε τέσσερα διαφορετικά κελιά: $(0, 3)$, $(4, 4)$, $(4, 5)$ και $(4, 6)$. Μπορείτε να τραβήξετε το πολύ 2 φωτογραφίες υψηλής ευκρίνειας.

Ένας τρόπος για να τραβήξετε και τα πέντε σημεία ενδιαφέροντος είναι να τραβήξετε δύο φωτογραφίες: μια φωτογραφία του 6×6 τετραγώνου που περιέχει τα κελιά $(0, 0)$ και $(5, 5)$, και μια φωτογραφία του 3×3 που περιέχει τα κελιά $(4, 4)$ και $(6, 6)$. Αν ο δορυφόρος τραβήξει αυτές τις δυο φωτογραφίες, θα μεταδώσει δεδομένα για 41 κελιά. Αυτή η ποσότητα δεν είναι βέλτιστη.

Η βέλτιστη λύση χρησιμοποιεί μια φωτογραφία για να τραβληξει το τετράγωνο 4×4 που περιέχει τα κελιά $(0, 0)$ και $(3, 3)$ και μια άλλη φωτογραφία για να τραβήξει το τετράγωνο 3×3 που περιέχει τα κελιά $(4, 4)$ και $(6, 6)$. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την φωτογράφηση μόνο 25 κελιών, που είναι βέλτιστη, έτσι η `take_photos` θα πρέπει να επιστρέφει 25.

Σημειώστε ότι αρκεί η φωτογράφηση του κελιού $(4, 6)$ μια φορά, έστω και αν περιέχει δυο σημεία ενδιαφέροντος.

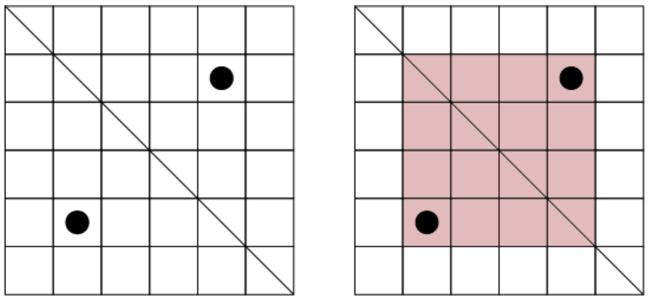
Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν αυτό το παράδειγμα. Η αριστερή εικόνα δείχνει το πλέγμα που αντιστοιχεί σε αυτό το παράδειγμα. Η μεσαία εικόνα δείχνει την suboptimal λύση κατά την οπία φωτογραφίζονται 41 κελιά. Η εικόνα στα δεξιά δείχνει τη βέλτιστη λύση.



Παράδειγμα 2

```
take_photos(2, 6, 2, [1, 4], [4, 1])
```

Εδώ έχουμε 2 σημεία ενδιαφέροντος που βρίσκονται συμμετρικά: στα κελιά $(1, 4)$ και $(4, 1)$. Οποιαδήποτε έγκυρη φωτογραφία που περιέχει ένα από αυτά περιέχει και το άλλο. Επομένως, αρκεί η λήψη μιας φωτογραφίας.
Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν αυτό το παράδειγμα και την βέλτιστη λύση του. Σε αυτή τη λύση ο δορυφόρος τραβάει μια φωτογρφία των 16 κελιών.



Υποπροβλήματα

Για όλα τα υποπροβλήματα, ισχύει $1 \leq k \leq n$.

1. 4 points) $1 \leq n \leq 50$, $1 \leq m \leq 100$, $k = n$,
2. (12 points) $1 \leq n \leq 500$, $1 \leq m \leq 1000$, για όλα τα i έτσι ώστε $0 \leq i \leq n-1$, $r_i = c_i$.
3. (9 points) $1 \leq n \leq 500$, $1 \leq m \leq 1000$,
4. (16 points) $1 \leq n \leq 4000$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$,
5. (19 points) $1 \leq n \leq 50\,000$, $1 \leq k \leq 100$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$,
6. (40 points) $1 \leq n \leq 100\,000$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$.

Υπόδειγμα βαθμολογητή

Το υπόδειγμα βαθμολογητή διαβάζει την είσοδο του με την εξής μορφή:

- γραμμή 1: ακέραιοι n, m και k,
- γραμμή 2 + i ($0 \leq i \leq n-1$): ακέραιοι r_i και c_i.