

## Pintando con Números

Pintando con Números es un juego de ingenio muy conocido. Vamos a considerar una versión sencilla del mismo en una dimensión. En este juego, el jugador recibe una fila de  $n$  celdas. Las celdas están numeradas desde 0 hasta  $n - 1$  de izquierda a derecha. El jugador debe pintar cada celda de blanco o de negro. Utilizamos 'X' para denotar a las celdas negras y '\_' para denotar a las celdas blancas.

El jugador también recibe una secuencia  $c = [c_0, \dots, c_{k-1}]$  de  $k$  enteros positivos: las *pistas*. Debe pintar las celdas de forma tal que las celdas negras de la fila formen exactamente  $k$  bloques de celdas consecutivas. Más aún, la cantidad de celdas negras en el  $i$ -ésimo bloque (Índices comenzando desde 0) desde la izquierda deberá ser igual a  $c_i$ . Por ejemplo, si las pistas son  $c = [3, 4]$ , el juego resuelto debe tener exactamente dos bloques de celdas negras consecutivas: uno de longitud 3 y otro de longitud 4. Por lo tanto, si  $n = 10$  y  $c = [3, 4]$ , una solución que satisface las pistas es "\_XXX\_XXXX". Notar que "XXXX\_XXX\_" no las satisface: los bloques de celdas negras no están en el orden correcto. Además, "\_XXXXXXXX\_" no las satisface: hay un único bloque de celdas negras, y no dos bloques separados.

Usted recibe un juego de Pintando con Números parcialmente resuelto. Es decir, conoce  $n$  y  $c$ , y adicionalmente sabe que algunas celdas en particular deben ser negras, y que algunas celdas en particular deben ser blancas. Su tarea es deducir información adicional sobre las celdas.

Específicamente, una *solución válida* es una que satisface las pistas, y también respeta los colores de las celdas ya conocidas. Su programa deberá encontrar celdas que estén pintadas de negro en toda solución válida, y celdas que estén pintadas de blanco en toda solución válida. Puede asumir que la entrada es tal que siempre existe al menos una solución válida.

### Detalles de implementación

Debe implementar la siguiente función:

- `string solve_puzzle(string s, int[] c)`
  - $s$ : cadena de longitud  $n$ . Para cada  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ) el carácter  $i$  es:
    - 'X', si la celda  $i$  debe ser negra,
    - '\_', si la celda  $i$  debe ser blanca,
    - '.', si no hay información sobre la celda  $i$ .
  - $c$ : arreglo de longitud  $k$  con las pistas, definidas anteriormente.
  - la función debe retornar una cadena de longitud  $n$ . Para cada  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ) el carácter  $i$  de la cadena de salida deberá ser:

- 'X', si la celda  $i$  es negra en toda solución válida.
- '\_', si la celda  $i$  es blanca en toda solución válida.
- '?', en otro caso (o sea, si existen dos soluciones válidas de manera tal que la celda  $i$  es negra en una de ellas y blanca en la otra).

En el lenguaje C la signatura de la función es levemente diferente:

- `void solve_puzzle(int n, char* s, int k, int* c, char* result)`
  - `n`: longitud de la cadena `s` (número de celdas),
  - `k`: longitud del arreglo `c` (número de pistas),
  - los otros parámetros son como antes.
  - en lugar de retornar una cadena de  $n$  caracteres, la función deberá escribir la respuesta en la cadena `result`.

Los códigos ASCII de los caracteres utilizados en este problema son:

- 'X': 88,
- '\_': 95,
- '.': 46,
- '?': 63.

Por favor utilice los archivos de ejemplo provistos, que contienen los detalles de implementación en su lenguaje de programación.

## Ejemplos

### Ejemplo 1

`solve_puzzle(".....", [3, 4])`

Estas son todas las posibles soluciones válidas:

- `"XXX_XXXX__"`,
- `"XXX__XXXX_"`,
- `"XXX___XXXX"`,
- `"_XXX_XXXX_"`,
- `"_XXX__XXXX"`,
- `"__XXX_XXXX"`.

Podemos observar que (usando índices desde 0) las celdas con índices 2, 6, y 7 son negras en todas las soluciones válidas. Cada una de las demás celdas puede ser negra, pero no tiene que serlo necesariamente. Por lo tanto la respuesta correcta es `"??X???  
XX??"`.

### Ejemplo 2

`solve_puzzle(".....", [3, 4])`

En este ejemplo existe una única solución válida, y la respuesta correcta es `"XXX_XXXX"`.

### Ejemplo 3

`solve_puzzle("..._._....", [3])`

En este ejemplo podemos deducir que la celda 4 debe ser blanca también — no hay espacio suficiente para 3 celdas negras consecutivas entre las celdas blancas en las posiciones 3 y 5. Por lo tanto la respuesta correcta es “`??_???`”.

#### Ejemplo 4

`solve_puzzle(".X.....", [3])`

Hay solamente dos soluciones válidas:

- `"XXX_____"`,
- `"_XXX_____"`.

Por lo tanto la respuesta correcta es `"?XX?_____"`.

#### Subtareas

En todas las subtareas  $1 \leq k \leq n$ , y  $1 \leq c_i \leq n$  para cada  $0 \leq i \leq k - 1$ .

1. (7 puntos)  $n \leq 20$ ,  $k = 1$ ,  $s$  contiene únicamente '.', (juego vacío),
2. (3 puntos)  $n \leq 20$ ,  $s$  contiene únicamente '.',
3. (22 puntos)  $n \leq 100$ ,  $s$  contiene únicamente '.',
4. (27 puntos)  $n \leq 100$ ,  $s$  contiene únicamente '.' y '\_' (solamente se da información sobre celdas blancas),
5. (21 puntos)  $n \leq 100$ ,
6. (10 puntos)  $n \leq 5\,000$ ,  $k \leq 100$ ,
7. (10 puntos)  $n \leq 200\,000$ ,  $k \leq 100$ .

#### Evaluador de ejemplo

El evaluador de ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1: cadena  $s$ ,
- línea 2: entero  $k$  seguido de  $k$  enteros  $c_0, \dots, c_{k-1}$ .